## Тема 1.3. Интерполяция функций

1.3.1. Постановка задачи

1.3.2. Интерполяционная формула Лагранжа

1.3.3. Интерполяционные формулы Ньютона

1.3.3.1. Конечные разности

1.3.3.2. Первая интерполяционная формула Ньютона

1.3.3.3. Вторая интерполяционная формула Ньютона

1.3.4. Сплайн – интерполяция

1.3.5. Сравнение интерполяционных многочленов по применению

1.3.6. Тестовые задания по теме «Интерполяция функций»

### **1.3.1. Постановка задачи**

Вычисление значений функции y = f(x) – одна из тех задач, с которой приходится постоянно сталкиваться в инженерной практике. Однако сделать это не всегда возможно. Примером тому следующие типичные ситуации:

* функция задана таблицей значений (нет аналитического выражения)   
  **,** (i = 0, 1, 2,…, n), необходимо вычислить значения функции в точках, не совпадающих с табличными;
* аналитическое выражение f(x) есть, но получение ее значений затруднено громоздкими и сложными вычислениями;
* значения функции в требуемых точках могут быть получены только экспериментально.

В этих и ряде других случаев возникает необходимость приближенного вычисления функции y = f(x).

Задача **аппроксимации**состоит в следующем. Функцию f(x), заданную таблично, требуется приближенно заменить (аппроксимировать) некоторой функцией ϕ(х**)** так, чтобы отклонение ϕ(х) от f(x) в некоторой области удовлетворяло заданному условию. Функция ϕ(х) называется **аппроксимирующей** функцией.

В качестве аппроксимирующей функции часто используют алгебраический многочлен вида:

ϕm(x) = a 0 + a 1 x + a 2 x2 + … + a m xm .**(**1.3.1-1**)**

В этом случае говорят о параболической аппроксимации.

Частным случаем задачи аппроксимации таблично заданной функции является **интерполирование**. Интерполирование состоит в следующем. Для функции **y = f(x)**, заданной в (n + 1) точке , найти функцию ϕ(х), принимающую в этих точках заданные значения, то есть

**,** i = 0, 1, 2, … n. **(**1.3.1-2**)**

Будем называть (1.3.1-2) условием интерполяции, точки  – узлами интерполяции, а функцию ϕ(х) – интерполирующей функцией.

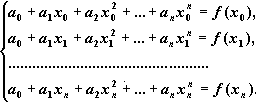
При интерполяции критерием приближения аппроксимирующей функции к заданной является совпадение их значений в узлах интерполяции.

Геометрической интерпретацией задачи интерполяции является нахождение функции, график которой проходит через заданную систему точек , i = 0, 1, …, n (рис. 1.3.1-1). Если в качестве интерполирующей функции используется алгебраический многочлен   
(1.3.1-1) степени не выше n, то задача имеет единственное решение.

|  |  |
| --- | --- |
| Рис-6-3-1.png | \_\_\_ интерполируемая функция  ----- интерполирующая функция |

Рис.1.3.1-1

Применяя интерполирующую функцию (1.3.1-1), запишем условие (1.3.1-2) для каждого из (n + 1**)** узлов. В результате получим следующую систему (n + 1) линейных уравнений:



Эта система однозначно разрешима, так как ее определитель (определитель Вандермонда) отличен от нуля, если узлы интерполяции различны. Решение полученной системы n+1 линейных уравнений относительно неизвестных а0, а1, …, аn позволяет найти коэффициенты интерполирующего многочлена (1.3.1-1).

**Пример 1.3*.*1-1.Пусть функция y = f(x) задана таблично:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **xi** | 1 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1.8 |
| **y i** | 0 | -0.16 | -0.24 | -0.24 | -0.16 |

**Требуется построить интерполяционный многочлен, позволяющий вычислить значение f(x) в точке x = 1.43.**

Полагая x0 = 1.2 , x1 = 1.4 , x2 = 1.6,

y0 =-0.16, y1 = -0.24, y2 = -0.24, получим систему уравнений



Решая систему уравнений, получим следующие значения а0 = 2, а1 = -3, а2 = 1**.** Тогда интерполяционный многочлен имеет следующий вид: P2(x) = 2 – 3x + x2, а значение многочлена в точке 1.43 равно P2(1.43) = - 0.2451.

### **1.3.2. Интерполяционная формула Лагранжа**

Пусть функция f(x) задана в (n + 1) узлах, произвольно расположенных на отрезке [a;b]: y0 = f(x0), y1 = f(x1), … yn = f(xn).

Требуется найти **интерполирующий алгебраический многочлен** Ln(x), степени не выше n, удовлетворяющий условию (1.3.1-2), такой, что:

L0 = y0, L1 = y1, …, Ln = yn. (1.3.2-1)

Будем искать Ln(x) вида:

Ln = Q0(x)y0 + Q1(x)y1 + … + Q n(x) yn**,**  (1.3.2-2)

где Qi(x) – коэффициенты, зависящие только от узлов **, i=0,1, …,n** и текущего значения **х.**

Для того чтобы выполнялись условия интерполяции (1.3.2-1), требуется, чтобы коэффициенты Qi(x) удовлетворяли условию:



Действительно, чтобы L(х0)=y0**,** необходимо, чтобы в (1.3.2-2)

Q0(x0) = 1, Q1(x0) = 0, …, Qn(x0)= 0.

В то же время в других узлах интерполяции первое слагаемое формулы 1.3.2-2, связанное с yi, должно быть равно нулю, то есть: Q0(xi) = 0, i = 1, 2, … , n.

Этим требованиям отвечает коэффициент вида:

 (1.3.2-3)

Поскольку в числителе Q0(x) записано произведение разностей со всеми узлами кроме х0, то Q0(x**)** обращается в ноль при х = хi ; i = 1, 2, … , n. В то же время при х = х0числитель и знаменатель дроби взаимно сокращаются и Q0(x0)=1.

Для того чтобы Ln(x1) = y1, коэффициенты в (1.3.2-2) должны принять значения:

Q1(x1) = 1; Q0(x1) = 0… Qn(x1) = 0.

Чтобы в других узлах коэффициент Q1(x), связанный с yi**,** принял значение ноль, нужно, чтобы Q1(xi) = 0, i = 0, 2, 3, …, n. Тогда произведение разностей в числителе обращается в ноль во всех узлах, кроме х1, а при х = х1 коэффициент равен 1.

Обобщая сказанное выше, получим выражение для Qi(x):

 (1.3.2-4)

Для интерполяционного многочлена Лагранжа это выражение будет следующее:

. (1.3.2-5)

Несмотря на громоздкость (1.3.2-5), одним из преимуществ формулы Лагранжа является возможность ее записи непосредственно по заданной таблице значений функции. Для этого следует учесть следующее правило: формула содержит столько слагаемых, сколько узлов в таблице; каждое слагаемое – это произведение дробного коэффициента на соответствующее значение yi; числитель коэффициента при yi содержит произведение разностей х со всеми узлами кроме  а знаменатель полностью повторяет числитель при х =.

Используя приведенные правила, получим формулы Лагранжа для двух узлов **(**n=1**)** - **линейная интерполяция**:



для трех узлов **(**n=2**)** - **квадратичная интерполяция**:

 (1.3.2-6)

Оценку погрешности формулы Лагранжа определяют исходя из приближенного равенства



где **m** – число узлов, используемое в формуле.

Для того, чтобы уменьшить погрешность интерполяции, используется прием **перенумерации узлов** исходной таблицы, последовательно выбирая в качестве х0, , х2 и т.д. узлы, наиболее близко расположенные к искомой точке х, по возможности симметрично относительно точки х0. Такой прием позволяет уменьшить степень интерполяционного полинома для достижения требуемой точности (не использовать все заданные узлы).

Схемы алгоритма интерполяции с помощью формул Лагранжа приведены на   
рис. 1.3.2-1 и 1.3.2-2.

|  |
| --- |
|  |

Рис. 1.3.2-1. Схема алгоритма интерполяции по формуле Лагранжа

|  |
| --- |
|  |

Рис. 1.3.2-2. Схема алгоритма процедуры-функции LX( ) вычисления многочлена

Лагранжа к-ой степени в точке xl

**Пример 1.3.2-1**. **Пусть функция y = f(x) задана таблично:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **xi** | 1 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 1.8 |
| **y i** | 0 | -0.16 | -0.24 | -0.24 | -0.16 |

**Требуется с использованием формулы Лагранжа вычислить значение f(x) в точке x = 1.45.**

Перенумеруем узлы:

x0 = 1.4 y0 =-0.24

x1 = 1.6 y1 = -0.24

x2 = 1.2 y2 = -0.16

х3 = 1.8 y3 = -0.16

x4 = 1.0 y4 = 0.0 .

Для приближенного вычисления значения функции воспользуемся формулами линейной и квадратичной интерполяции:

При n + 1 = 2 используем узлы x0 и x1

.

При n +1 = 3 используем узлы x0 , x1  и x2



Для оценки погрешности используем соотношение



Если полученная величина соответствует заданной погрешности (например, ε=0.1), то вычисления прекращают. Если ε<Rn, то количество узлов увеличивают. Вычисления повторяют до тех пор, пока не выполнится условие Rn ≤ ε.

Если, в соответствии с условиями поставленной задачи, требуется найти значения функции не в одной, а в нескольких точках, то рекомендуется провести преобразования формулы и получить многочлен в явном виде (Пример 1.3.1-1).

Если в формуле были использованы все точки, заданные таблицей, то оценить погрешность не представляется возможным.

### **1.3.3. Интерполяционные формулы Ньютона**

Рассмотрим случаи, когда интерполируемая функция y=f(x) задается в равноотстоящих узлах так, что  = x0 + ih**,** где h – шаг интерполяции, а i = 0, 1, …, n**.**В этом случае для нахождения интерполяционного многочлена могут применяться **формулы Ньютона**, которые используют **конечные разности**.

#### **1.3.3.1. Конечные разности**

Конечной разностью первого порядка называется разность Δyi = yi+1-yi,где yi+1= f(xi+h) и yi = f(x**i).** Для функции, заданной таблично в (n+1) узлах, i = 0, 1, 2, …, n, конечные разности первого порядка могут быть вычислены в точках 0, 1, 2,…, n-1:



Используя конечные разности первого порядка, можно получить конечные разности второго порядка:



Отметим, что любые конечные разности можно вычислить через значения функции в узлах интерполяции, например:

 (1.3.3-1)

Для конечной разности k**-**го порядка в узле с номером i справедлива формула, позволяющая вычислять конечные разности с помощью таблицы конечных разностей:

.

Следует отметить, что по величине конечных разностей можно сделать вывод о степени интерполяционного полинома, описывающего таблично заданную функцию. Если для таблицы с равноотстоящими узлами конечные разностиk-го порядка постоянны или соизмеримы с заданной погрешностью, то функцию можно представить многочленом k-й степени.

Рассмотрим, например, таблицу конечных разностей для многочлена y=x2- 3x+2.

Таблица 1.3.3-1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | Δy | Δ2y | Δ3y |
| 1.0 | 0 | -0.16 | 0.08 | 0 |
| 1.2 | -0.16 | -0.08 | 0.08 | 0 |
| 1.4 | -0.24 | 0 | 0.08 |  |
| 1.6 | -0.24 | 0.08 |  |  |
| 1.8 | -0.16 |  |  |  |

В данном примере конечные разности третьего порядка равны нулю, а все конечные разности второго порядка равны 0.08. Это говорит о том, что функцию, заданную таблично, можно представить многочленом второй степени.

Введя понятие конечных разностей, рассмотрим еще две формы записей интерполяционных полиномов.

#### **1.3.3.2. Первая интерполяционная формула Ньютона**

Пусть функция **y = f(x)** задана в n+1 равноотстоящих узлах **, i = 0, 1, 2, …, n,** с шагомh. Требуется найти интерполяционный многочлен Pn(x) степени не выше n, удовлетворяющий условию:

Pn(xi) = yi, i =0, 1, 2, …, n . (1.3.3-2)

Будем искать интерполяционный многочлен вида:

Pn(x) =a0 + a1(x-x0) + a2(x-x0)(x-x1) + …+ an(x-x0)(x-x1)…(x-xn-1), (1.3.3-3)

где аi, i =0,1,2,…,n–неизвестные коэффициенты, не зависящие от узлов интерполяции.

Для нахождения коэффициентов формулы Ньютона аi будем подставлять в (1.3.3-3) значения х, совпадающие с узлами интерполяции, требуя выполнения условия (1.3.3-2).

Пусть х = x0, тогда, согласно (1.3.3-2), Pn(x0) = y0 = a0. Следовательно, a0 = y0.

Пусть х = x1**,** тогда

Pn(x1) = y1 = a0 + a1(x1-x0) = y0 + a1(x1-x0). (1.3.3-4)

Из равенства (1.3.3-4) следует, что 

Теперь пусть х = х2 , тогда:



Выражая неизвестный коэффициент, получим:



Продолжая подстановку, можно получить выражение для любого коэффициента с номером **i**:



Подставив найденные значения коэффициентов в (1.3.3-4), получим первую интерполяционную формулу Ньютона:

 (1.3.3-5)

Воспользуемся этой формулой, как одной из возможных форм записи интерполяционного многочлена второй степени.

 (1.3.3-6)

Тогда для вычисления значения функции, заданной табл. 1.3.3-1, при х = 1.45**:**



Отметим, что при использовании первой интерполяционной формулы Ньютона целесообразно выбирать х0близко к точке интерполяции (интерполяция вперед). Это обеспечивает более высокую точность при фиксированном числе узлов. Запись интерполяционного многочлена в виде первой формулы Ньютона позволяет учитывать дополнительные узлы в правой части таблицы, уточняя ранее полученный результат, без пересчета остальных слагаемых.

Введя обозначение:  и проведя несложные преобразования вида:  приведем (1.3.3-5) к виду:

 (1.3. 3-7)

Это второй вид записи формулы Ньютона для интерполирования вперед. Она применяется для интерполяции f(x) в окрестностях начального значения х0, где q – достаточно мало по абсолютной величине.

Если n=1**,** то из (1.3.3-6) получаем формулу **линейной интерполяции**



Если n=2, то получаем формулу **квадратичной** (или **параболической**) **интерполяции**



Схема алгоритма интерполяции по первой формуле Ньютона приведена на   
рис. 1.3.3-1.

|  |
| --- |
|  |
|  |

Рис. 1.3.3-1. Схема алгоритма интерполяции по первой формуле Ньютона

#### **1.3.3.3. Вторая интерполяционная формула Ньютона**

Вторая формула Ньютона обладает аналогичными свойствами относительно левой части таблицы. Для ее построения используют многочлен вида:

Pn(x)=a0 + a1(x-xn) + a2(x-xn)(x-xn-1) + …+ an(x-xn)(x-xn-1)…(x-x1), (1.3.3-8)

где аi, i = 0, 1, 2, …, n – коэффициенты, не зависящие от узлов интерполяции.

Для определения коэффициентов а**i** будем в (1.3.3-8) поочередно подставлять узлы интерполяции. При х = xn Pn(xn) = yn, следовательно, a0 = yn.

При х = xn-1 имеем Pn(xn-1) = yn-1 = a0 + a1(xn-1-xn) =yn + a1(xn-1-xn), откуда



Продолжая подстановку, получим выражение для всех коэффициентов многочлена (1.3.3-8) и запишем вторую интерполяционную формулу Ньютона:

 (1.3.3-9)

Введя обозначение: 

и, подставив х в (1.3.3-8), получаем формулу Ньютона для интерполяции назад:

 (1.3.3-10)

Воспользуемся этой формулой для вычисления значения функции, заданной таблицей 1.3.3-1, в точке х = 1.7.

Точка х=1.7 расположена в конце таблицы. В качестве узлов интерполяции выберем**:** х3=1.8, х2=1.6 и х1=1.4**:**



**Погрешности интерполяционных формул Ньютона** определяются соотношением:

* для первой формулы Ньютона:

 (1.3.3-11)

* для второй формулы Ньютона:

 (1.3.3-12)

где  - некоторое промежуточное значение между узлами интерполяции.

На практике, если интерполируемая функция y = f(x) задана **таблично**, полагая, что Δn+1 = const, а h –достаточно мало, используют приближенные равенства:

 (1.3.3-13)

**Пример 1.3.3-1.** **Вычислить c использованием 1-й и 2-й формул Ньютона значение функции, заданной таблицей равноотстоящих узлов, в точке х=1.23.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | 1.0 | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 |
| **y** | 0.000000 | 0.095310 | 0.182322 | 0.262364 | 0.336472 |

Используем 1-ю формулу Ньютона. Выберем х0 = 1.2; х1 = 1.3; х2= 1.4.

Построим таблицу конечных разностей:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **x** | **y** | **Δy** | **Δ2y** |
| 1.2  1.3  1.4 | 0.182322  0.262354  0.336472 | 0.080042  0.074108 | -0.005934 |

Тогда:



Практическая погрешность оценивается соотношением:

ε1 = |Р2(х) - Р1(х)|=|0.206958-0.206335|=0.000623.

Решим ту же задачу с помощью 2-й формулы Ньютона. Пусть хn = 1.3; хn-1 = 1.2; хn-2= 1.1.

Таблица конечных разностей имеет вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **x** | **y** | **Δy** | **Δ2y** |
| 1.1  1.2  1.3 | 0.095310  0.182322  0.262364 | 0.087012  0.080042 | -0.006970 |

Тогда:





### 

### **1.3.4. Сплайн – интерполяция**

В последние годы интенсивно развивается новый раздел современной вычислительной математики – теория **сплайнов***.* Сплайны позволяют эффективно решать задачи обработки экспериментальных зависимостей между параметрами, имеющими достаточно сложную структуру.

Рассмотренные выше методы локальной интерполяции, по существу, являются простейшими сплайнами первой степени (для линейной интерполяции) и второй степени (для квадратичной интерполяции).

Наиболее широкое практическое применение, в силу их простоты, нашли кубические сплайны. Основные идеи теории кубических сплайнов сформировались в результате попыток математически описать гибкие рейки из упругого материала (механические сплайны), которыми издавна пользовались чертежники в тех случаях, когда возникала необходимость проведения через заданные точки достаточно гладкой кривой. Известно, что рейка из упругого материала, закрепленная в некоторых точках и находящаяся в положении равновесия, принимает форму, при которой ее энергия является минимальной. Это фундаментальное свойство позволяет эффективно использовать сплайны при решении практических задач обработки экспериментальной информации.

В общем случае для функции y = f(x) требуется найти приближение y = S(x) таким образом, чтобыf(xi) = S(xi) в точках x = xi, a в остальных точках отрезка [a;b] значения функций f(x) и S(x**)** были близкими между собой. При малом числе экспериментальных точек для решения задачи интерполяции можно использовать один из методов построения интерполяционных полиномов. Однако при большом числе узлов интерполяционные полиномы становятся практически непригодными. Это связано с тем, что степень интерполяционного полинома лишь на единицу меньше числа экспериментальных значений функций. Можно, конечно, отрезок, на котором определена функция, разбить на участки, содержащие малое число экспериментальных точек, и для каждого из них построить интерполяционные полиномы. Однако в этом случае аппроксимирующая функция будет иметь точки, где производная не является непрерывной, т. е. график функции будет содержать точки “излома”.

Кубические сплайны лишены этого недостатка. Исследования показали, что гибкая тонкая линейка между двумя узлами достаточно хорошо описывается кубическим полиномом, и поскольку она не разрушается, то аппроксимирующая функция должна быть, по меньшей мере, непрерывно дифференцируемой.

Таким образом, **сплайн**– это функция, которая на каждом частичном отрезке интерполяции является алгебраическим многочленом, а на всем заданном отрезке непрерывна вместе с несколькими своими производными.

Пусть интерполируемая функция f(x)задана своими значениями yi, в узлах хi,(i = 0, 1,...,n). Обозначим длину частичного отрезка [xi-1;xi] как hi=xi-xi-1,   
(i = 1, 2,...,n)*.* Будем искать кубический сплайн на каждом из частичных отрезков [хi-1;хi] в виде:

 (1.3.4-1)

где ** — четверка неизвестных коэффициентов. Можно доказать, что задача нахождения кубического сплайна имеет единственное решение.

Потребуем совпадения значений S(x)в узлах с табличными значениями функции f(x):

 (1.3.4-2)

 (1.3.4-3)

Число этих уравнений (2n) в два раза меньше числа неизвестных коэффициентов. Для того чтобы получить дополнительные условия, потребуем также непрерывности первой и второй производных сплайна во всех точках, включая узлы. Для этого следует приравнять левые и правые производные S'(x–0), S'(x+0), S"(x–0), S"(x+0) во внутреннем узле xi*.*

Вычислим выражения для производных S'(x), S"(x)последовательным дифференцированием (1.3.4-1):

S'(x) = bi + 2ci(x–xi-1) + 3di(x–xi-l)2,

(1.3.4-4)

S''(x) = 2ci + 6di(x–xi-l),(1.3.4-5)

найдем правые и левые производные в узле:

S'(xi–0) = bi + 2сhi + 2dihi,

S'(xi+0) = bi+1, где i = 1,2,..., n -1*.*

Аналогично поступаем для второй производной:

S"(x–0) = 2ci+6dihi,

S"(х+0) = 2сi+1.

Приравняв левые и правые производные, получаем:

bi+1= bi+2cihi+2dihi2 (1.3.4-6)

сi+1 = сi- + 3dihi, где i = 0, 1,..., n–1. (1.3.4-7)

Уравнения (1.3.4-6), (1.3.4-7) дают еще 2(n–1) условий. Для получения недостающих уравнений накладывают требования к поведению сплайна на концах отрезка интерполяции. Если потребовать нулевой кривизны сплайна на концах отрезка интерполяции (т. е. равенство нулю второй производной), то получим:

сi=0, cn+3dnhn = 0. (1.3.4-8)

Исключив из уравнений (1.3.4-2) – (1.3.4-3) nнеизвестных ai, получаем систе­му уравнений:

 (1.3.4-9)

где i=0, 1,...., n - 1.

Система (1.3.4-9) состоит из 3(n-1)уравнений. Решив систему (1.3.4-9), получаем значения неизвестных bi, ci, di,определяющих совокупность всех формул для искомого интерполяционного сплайна:

** где i = 0,1,...,n–1.(1.3.4-10)

Программа, реализующая метод сплайн-интерполяции, доста­точно громоздка, поэтому ограничимся обсуждением решения задачи об интерполяции синуса с помощью сплайнов, используя функции пакетов п.п. 1.3.6.

### **1.3.5. Сравнение интерполяционных многочленов по применению**

Интерполяционные многочлены **Лагранжа и Ньютона** предназначены для получения приближенной аналитической записи функции, заданной таблично.

Формулу Лагранжа можно применять для таблиц с различными расстояниями между узлами, а формулы Ньютона – только для таблиц с равноотстоящими узлами.

Формулы Ньютона имеют следующее преимущество перед формулой Лагранжа. Увеличение степени интерполяционного полинома на единицу (добавление в таблицу значений функции одного узла) при использовании формулы Лагранжа ведет не только к увеличению числа слагаемых, но и к необходимости пересчета каждого коэффициента заново, тогда как при использовании формулы Ньютона достаточно добавить к уже существующему многочлену только одно слагаемое.

В сравнении с рассмотренными методами большую точность интерполяции можно получить применением методов сплайн **–** интерполяции.

### **1.3.6. Тестовые задания по теме «Интерполяция функций»**

1. **Задача замены таблично заданной функции y = f(x) другой функцией g(x), такой, что g(xi) = f(xi) (i = 0, 1, 2, … n),это**
   1. задача интерполяции
   2. задача аппроксимации
   3. решение уравнения
   4. задача оптимизации
2. **Узлы интерполяции – это**
3. значения функции, заданной таблично
4. значения xi (i = 0, 1, 2, … n)
5. значения интерполяционного многочлена в точках xi (i = 0, 1, 2, … n)
6. в списке нет правильного ответа
7. **Шаг интерполяции – это**
8. шаг интегрирования
9. разность между соседними значениями функции
10. расстояние между узлами интерполяции
11. в списке нет правильного ответа
12. **Основное условие интерполяции** – **это**
13. совпадение значений интерполируемой и интерполирующих функций во всех узлах интерполяции с заданной степенью точности
14. значения интерполируемой и интерполирующих функций в узлах интерполяции не должны совпадать
15. в списке нет правильного ответа
16. полное совпадение значений интерполируемой и интерполирующих функций во всех узлах интерполяции
17. **Связь между числом узлов интерполяции и степенью интерполяционного многочлена следующая**
18. степень интерполяционного многочлена на единицу меньше числа узлов
19. степень интерполяционного многочлена не зависит от числа узлов
20. степень многочлена равна числу узлов
21. в списке нет правильного ответа
22. **Если точка интерполяции Х находится в начале таблицы с равноотстоящими узлами, то для построения интерполяционного полинома с возможно меньшей погрешностью используется**
23. формула Лагранжа
24. первая формула Ньютона
25. формула Симпсона
26. вторая формула Ньютона
27. **Изменение степени интерполяционного полинома на единицу (добавление в таблицу значений функции одного узла) ведет к полному пересчету**
28. первой формулы Ньютона
29. второй формулы Ньютона
30. формулы Лагранжа
31. нет правильного ответа
32. **Вторая интерполяционная формула Ньютона используется, когда точка интерполяции находится**
33. в начале таблицы с равноотстоящими узлами
34. в середине таблицы с равноотстоящими узлами
35. все ответы верные
36. в конце таблицы с равноотстоящими узлами
37. **При использовании n + 1 узла таблицы интерполяционный полином Лагранжа является полиномом**
38. n –ой степени
39. n – 1 –ой степени
40. n + 2 –ой степени
41. в списке нет правильного ответа
42. **Если интерполируемая функция f(x) задана в (n + 1) равноотстоящих узлах, то для ее интерполяции удобнее использовать**
43. формулу Ньютона
44. формулу Лагранжа
45. формулу Симпсона
46. в списке нет правильного ответа
47. **Универсальность формулы Лагранжа заключается в возможности**
48. нахождения значений функции как в начале, так и в конце таблицы
49. все ответы верные
50. нахождения значений функции в любом месте таблицы
51. ее использования для случая неравноотстоящих узлов
52. **Точность интерполяции зависит**
53. от величины шага интерполяции
54. от выбранного метода
55. в списке нет правильного ответа
56. **Интерполяционная формула Лагранжа относится к классу**
57. показательных функций
58. тригонометрических функций
59. полиноминальных функций
60. экспоненциальных функций
61. **При использовании интерполяционных формул Ньютона располагать узлы в произвольном порядке**
62. нельзя
63. можно
64. можно, но только для первой формулы Ньютона
65. можно, но только для второй формулы Ньютона
66. **Добавление очередного узла интерполяции при использовании формул Ньютона требует**
67. полного пересчета формулы
68. пересчета только последнего слагаемого
69. в списке нет правильного ответа
70. вычисления дополнительного слагаемого
71. **При построении линейного интерполяционного многочлена Лагранжа для функции, заданной таблично, значение функции в точке х=0.18, равно**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| х | 0.1 | 0.15 | 0.2 |
| у | -1 | -0.7 | -0.5 |

1. -0.48
2. -0.58
3. 0.68
4. формулу Лагранжа использовать нельзя
5. **При построении линейного интерполяционного многочлена Ньютона Р1(х) для функции, заданной таблично, значение функции в точке х=0.11**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| х | 0.1 | 0.2 | 0.3 |
| у | 0.8 | 0.5 | 0.6 |

1. -0.752
2. 0.568
3. Формулу Ньютона использовать нельзя.
4. 0.77
5. **При построении линейного интерполяционного многочлена Лагранжа для функции, заданной таблично, значение функции в точке х=2.5 равно**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 2 | 4 |
| f(x) | 1.7 | 1.9 | 2.5 |

1. 2.99
2. 3.61
3. 2.05
4. 4.16
5. **При построении линейного интерполяционного многочлена Лагранжа для функции, заданной таблично, значение функции в точке х=0.25 равно**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | 0.2 | 0.3 | 0.6 |
| f(x) | 4.5 | 5.0 | 7.6 |

1. 4.75
2. 1.00
3. 5.61
4. 6.16
5. **При построении линейного интерполяционного многочлена Ньютона Р1(х) для функции, заданной таблично, значение функции в точке х=0.41 равно**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | 0.4 | 0.5 | 0.6 |
| f(x) | 0.6 | 0.55 | 0.65 |

1. 0.575
2. 1.75
3. 0.58
4. 0.12
5. **При построении интерполяционного многочлена Лагранжа значение функции, заданной таблично, значение функции в точке х=0.12, равно**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| х | 0.1 | 0.15 | 0,2 |
| у | -1 | -07 | -0.5 |

1. -0.418
2. 0.618
3. -0.868
4. формулу Лагранжа использовать нельзя
5. **При построении интерполяционного многочлена Ньютона Р2(х) для функции, заданной таблично, значение функции в точке х=0.11**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| х | 0.1 | 0.2 | 0.3 |
| у | 0.8 | 0.5 | 0.6 |

1. -0.752
2. 0.752
3. 0.568
4. Формулу Ньютона использовать нельзя
5. **При построении интерполяционного многочлена Ньютона Р2(х) для функции, заданной таблично, значение функции в точке х=1.8 равно**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| х | 1 | 2 | 3 |
| у | 2.2 | 5.2 | 8.4 |

1. 4.728
2. -0.752
3. 1.568
4. Формулу Ньютона использовать нельзя
5. **При построении интерполяционного многочлена Лагранжа  для функции, заданной таблично, значение в точке х=3.6 равно**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| х | 3 | 4 | 5 |
| у | 5.2 | 8.4 | 10.5 |

1. 8.654
2. 7.252
3. 7.561
4. 4.675
5. **При построении интерполяционного многочлена Ньютона Р2(х) для функции, заданной таблично, значение функции в точке х=4.2 равно**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| х | 4 | 4.5 | 6 |
| у | 5.3 | 8.2 | 11.4 |

1. Формулу Ньютона использовать нельзя
2. 8.752
3. 9.568
4. 1.3
5. **Погрешность в точке х=4.5 при замене функции  интерполяционным многочленом первой степени, построенным по узлам  и , равна**
6. 0.775
7. 1.158
8. 1.412
9. 0.003
10. **Приближенное значение функции  в точке х=1.5, вычисленное с использованием интерполяционного многочлена Ньютона по узлам  и , равно**
11. 3.5
12. 2.75
13. 6.58
14. 7.12
15. **Приближенное значение функции  в точке х=1.5, вычисленное с использованием интерполяционного многочлена Лагранжа по узлам  и , равно**
16. 2.175
17. 3.58
18. 5.053
19. 7.12
20. **Погрешность в точке х=1.5 при замене функции  интерполяционным многочленом первой степени, построенным по узлам  и , равна**
21. 1.125
22. 2.775
23. 0.158
24. 0.412